第1問

[1]

$9a^2-6a+1=(3a-1)^2$

$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$

$=\sqrt{(3a-1)^2}+|a+2|$

$a>\frac{1}{3}$ のとき

$A=3a-1+a+2=4a+1$

$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき

$A=-(3a-1)+a+2)=-2a+3$

$a<-2$ のとき

$A=-(3a-1+a+2)=-4a-1$

$A=2a+13$ として考える。

$a>\frac{1}{3}$ のとき

$4a+1=2a+13$. $a=6$

これは $a>\frac{1}{3}$ をみたす。

$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ のとき

$\underset{-2}{4}a+3=2a+13$. $a=-\frac{5}{2}$

$-2\leqq a\leqq\frac{1}{3}$ をみたしない。

$a<-2$ のとき

$-4a-1=2a+13$. $a=-\frac{7}{3}$

これは $a<-2$ をみたす

以上より $a=6, -\frac{7}{3}$

[2]

(1) $\bar{p}$: m, n の少なくとも1つは偶数である。

となる。

m, n が $\bar{p}$ をみたすとき。

- m が奇数ならば n は必ず偶数でなければならない。 ⓪
- m が偶数ならば n はどちらでもかまわない ②

(2)

$p \underset{\circ}{\overset{\circ}{\rightleftarrows}} q$ ∴ p は q の必要十分条件 ⓪

$p \underset{\times}{\overset{\circ}{\rightleftarrows}} r$ ∴ p は r の十分条件 ②

(反例 m, n が共に偶数)

$\bar{p}\to r$ の対偶は $\bar{r}\to p$ これは偽。

(反例 m, n の偶奇が一致しない)

$r\to\bar{p}$ の対偶は $p\to\bar{r}$ これは偽。

(奇数+奇数は偶数)

∴ $\bar{p} \underset{\times}{\overset{\times}{\rightleftarrows}} r$ で、どちらでもない。

⇓

必要条件でも十分条件でもない ③

[3]

(1) $y=x^2+(2a-b)x+a^2+1$

$=\left(x+\frac{2a-b}{2}\right)^2-\frac{(2a-b)^2}{4}+a^2+1$

$=\left(x+a-\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{4}+ab+1$.

∴ Cの頂点は

$\left(-a+\frac{b}{2},\ -\frac{b^2}{4}+ab+1\right)$

(2) Cが $(-1, 6)$ を通るので.

$6=1-(2a-b)+a^2+1$.

$=1-2a+b+a^2+1$.

∴ $b=-a^2+2a+4$

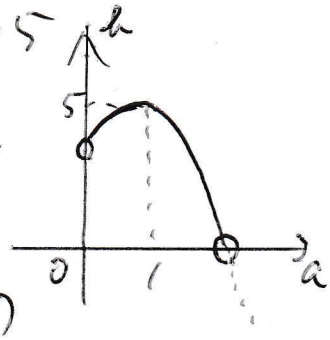
$=-(a^2-2a)+4$

$=-\{(a-1)^2-1\}+4$

$=-(a-1)^2+5$

$a\geq 0$, $b\geq 0$ より.

グラフは右図.



つまり b のとりうる値の

最大値は 5 であり, そのときの

a は $a=1$.

$b=5$, $a=1$ のとき, Cの頂点の

座標は $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{1}{4}\right)$

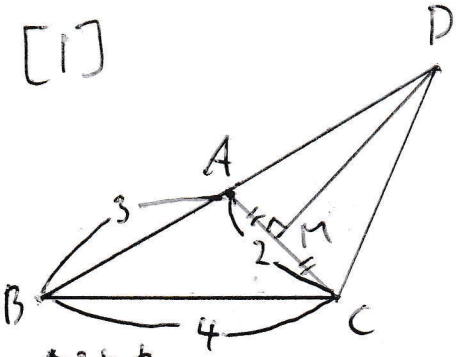
つまり このグラフは $y=x^2$ のグラフを

x 軸方向に $\frac{3}{2}$, y 軸方向に $-\frac{1}{4}$

平行移動したものである。

第2問

[1]



余弦定理より

$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos\angle BAC$

$\cos\angle BAC = -\frac{1}{4}$

$\therefore \angle BAC$は鈍角(2)であり.

$\sin\angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ $\left(=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{15}{16}}\right)$

又

$\cos\angle CAD = \cos(180^\circ - \angle BAC)$

$= -\cos\angle BAC = \frac{1}{4}$

$\therefore$ ACの中点をMとすると.

$\frac{AM}{AD} = \frac{1}{4}$ $AM = 1$ なので.

$AD = 4$

よって.

$\triangle DBC = \triangle ABC + \triangle DAC$

$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sin\angle BAC + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \sin\angle CAD$

$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \sin\angle BAC + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \sin\angle BAC$

$= 7\sin\angle BAC = \frac{7\sqrt{15}}{4}$.

[2]

(1)

・2013年ヒストグラム

2013年の箱ひげ図を見ると最大値が135を越えており、しかも2013年のみ、Ⓐ

⇓

ヒストグラムで135以上に値があるのは ③

・2017年のヒストグラム

箱ひげ図より120を越えるのは2012、2017の2つ、Ⓑ

⇓

ヒストグラムで120を越えて値があるのは、

①と④、

⇓

2012と2017を比べて

2017の最大値は 120~125、 125以上はなし

⇓

ヒストグラム①と④で 120~125に値があり 125以上にないのは ④

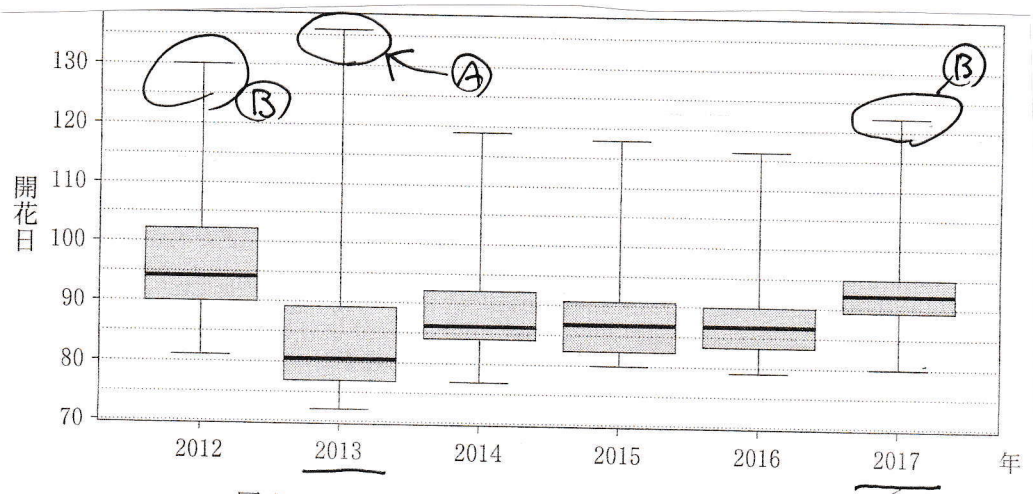
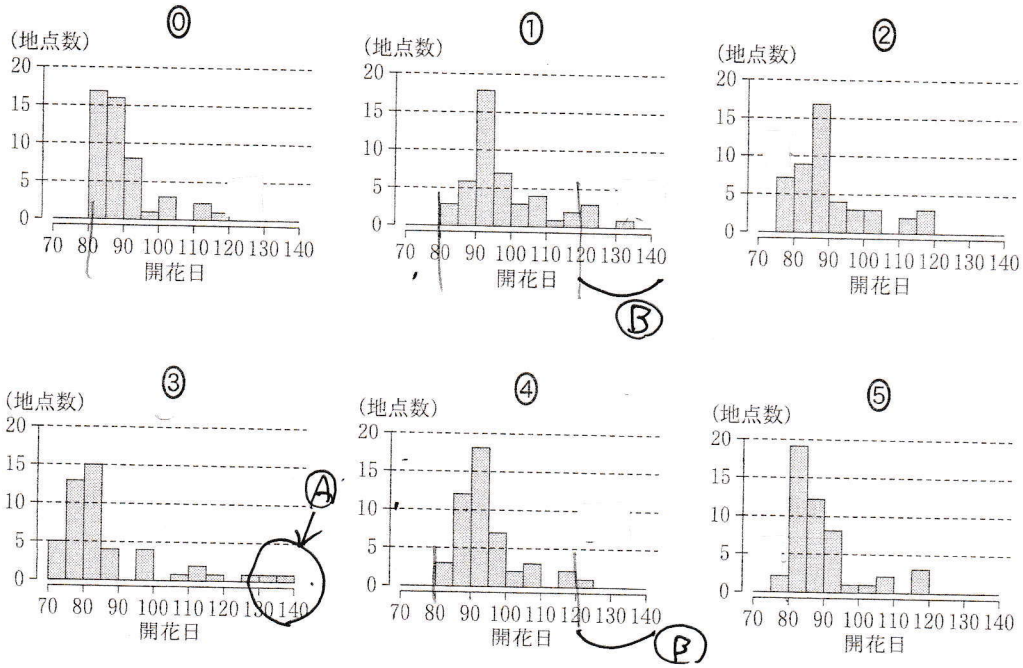


図1　ソメイヨシノの開花日の年別の箱ひげ図



(2) 図3. 図4から読み取れることとして正しくないものは?

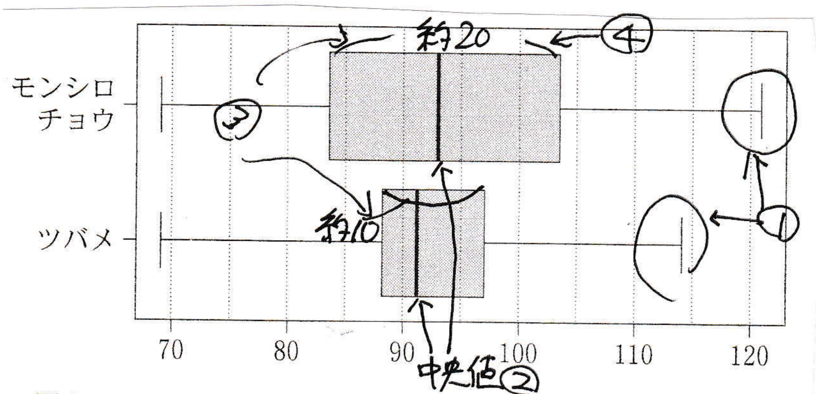


図3 モンシロチョウとツバメの初見日(2017年)の箱ひげ図

⓪ y=x上の左下(68-68)付近に •があるので、最小値は同じ → 正しい

① 箱ひげ図より モンシロチョウの最大値 > ツバメの最大値 が成り立っている → 正しい

② 箱ひげ図より中央値(—[|]—)を比較すると、モンシロチョウの方が大きい → 正しい

③ モンシロチョウの四分位範囲 → 約20
ツバメの四分位範囲 → 約10.
誤差を考えても 3倍より小さい(約30)と言える
→ 正しい

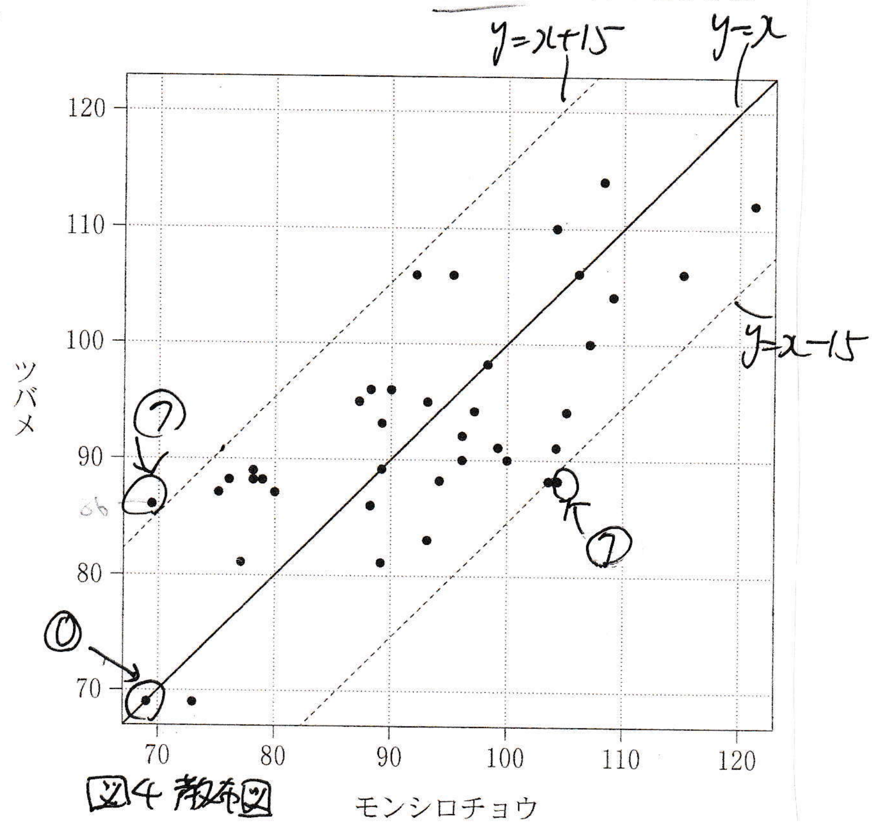


図4 散布図

④ モンシロチョウの四分位範囲は約20日で15日以上ある
→ 正しくない

⑤ ツバメの四分位範囲は15日以下と言える → 正しい

⑥ 初見日が同じ所 → y=x上に•点があるところ → 少なくても4つある
→ 正しい.

⑦ 初見日の差は y=x+15より上、又は y=x−15より下にあると言えるので、1ヶ所ずつあり、15日以上も存在するので → 正しくない

よって、答えは ④、⑦

(3) 平均値 $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$ → $\sum_{i=1}^{n}x_i=n\bar{x}$.

分散 $V(x)=s^2$. 標準偏差 $\sqrt{V(x)}=s$ とおく.

・$x_1-\bar{x}$, $x_2-\bar{x}$, −, $x_n-\bar{x}$ の平均値は?

$\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+-+(x_n-\bar{x})\}=\frac{1}{n}\{(x_1+x_2+-+x_n)-n\bar{x}\}$

$=\frac{1}{n}\{\sum_{i=1}^{n}x_i-n\bar{x}\}=\frac{1}{n}\{n\bar{x}-n\bar{x}\}=0$ → ⓪

・x' の平均値

$\bar{x_i}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i'=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i-\bar{x}}{s}=\frac{1}{n\cdot s}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=\frac{1}{ns}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum\bar{x}\right)$

($\bar{x}$ は定数なので $n\bar{x}$. ↑ ↓ $\bar{x}\cdot\sum 1=\bar{x}\cdot n$.)

$=\frac{1}{ns}(n\bar{x}-n\bar{x})=0$ → ⓪

公式 $V(cx)=c^2V(x)$, $V(x+c)=V(x)$

・x' の標準偏差 → 分散 $V(x')$ を求める

$V(x')=V\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)=\frac{1}{s^2}V(x_i-\bar{x})=\frac{1}{s^2}V(x_i)=\frac{1}{s^2}\times s^2=1$ → ①

($\bar{x}$ 定数)

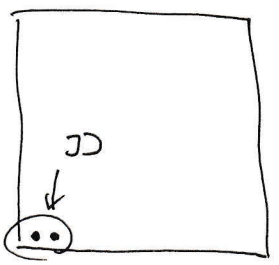
・変換後の散布図は?

M', T' とも標準偏差 1 → ⓪と①は不適 (この2つの散布図は, −1〜+1 の範囲に分布があり, 標準偏差は1より小さくなるのが不適当なため)

((注) 標準偏差 1 → 平均より±1の範囲に約70%のデータが収まる)

②と③を比較して 左下に ・・ が2つあるのが正解 → なぜなら前ページのαのうつを縮図しただけなので, 分布の仕方はそれほど変わらないため.

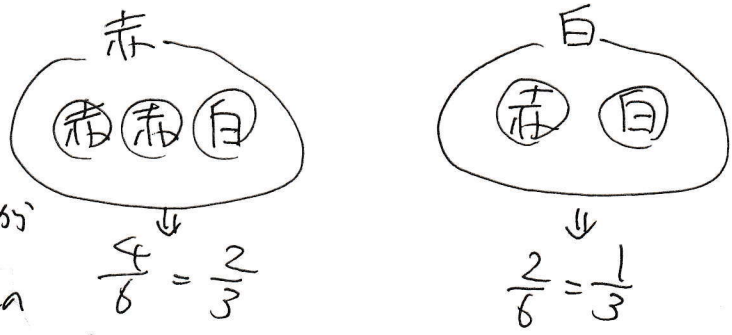
T'



M'

よって, 答えは ②

第3問



(1) 1回目 赤い袋 → 赤玉
$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$,
白い袋 → 赤玉
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

(2) 2回目の操作が白い袋 → 1回目で白玉がでる確率と等しい.
赤袋が白玉 + 白袋が白玉
$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{7}{18}$

(3) 1回目で白玉の確率をp, (このとき1回目で赤玉は 1−p)
2回目で白玉となる確率は
1回目白かつ2回目白 + 1回目赤かつ2回目白
$p \times \frac{1}{2} + (1-p) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}p + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}p = \frac{1}{6}p + \frac{1}{3}$
よって. 2回目で白が出る確率 → 上の式に (2)の答え $p = \frac{7}{18}$ を代入して
$\frac{1}{6}p + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{7}{18} + \frac{1}{3} = \frac{7}{108} + \frac{1}{3} = \frac{43}{108}$
また. この結果より 2回目で赤が出る確率は $1 - \frac{43}{108} = \frac{65}{108}$
よって 3回目で白玉となる確率は
2回目白かつ白 + 2回目赤かつ白
$\frac{43}{108} \times \frac{1}{2} + \frac{65}{108} \times \frac{1}{3} = \frac{43 \times 3 + 65 \times 2}{108 \times 2 \times 3} = \frac{259}{648}$